



Universidad Nacional de San Luis
Fac. Cs. Físico-Matemáticas y Naturales
Departamento de Física

APUNTES DE FISICA

Para Alumnos de las Carreras:

Tecnicatura en Obras Viales

Tecnicatura en Explotación Minera

Tecnicatura en Procesamiento de Minerales

Capítulo 2

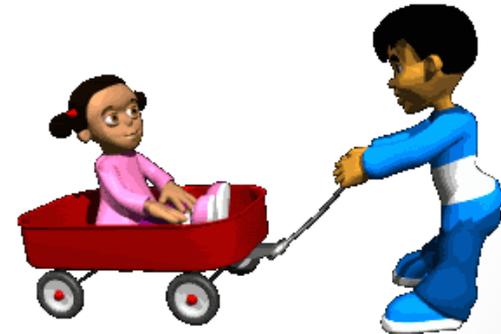
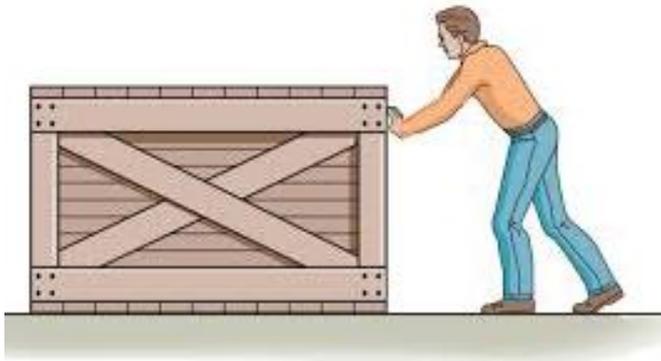
DINÁMICA

Dinámica

En el capítulo anterior se **describió el movimiento** de un objeto en términos de su **posición, velocidad y aceleración** sin tener en cuenta que impulsa dicho movimiento.



¿Qué hace a un objeto permanecer en reposo y qué otro objeto acelere?



Conceptos

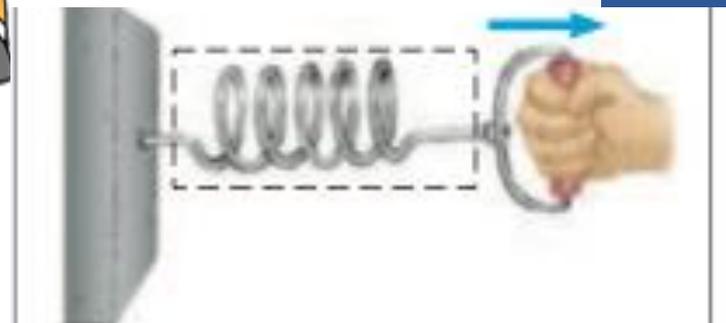
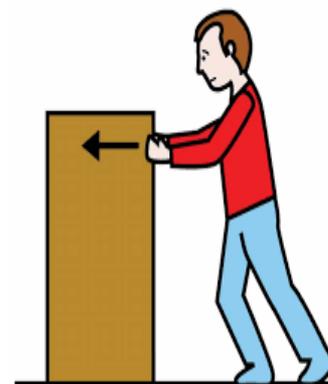


Fuerzas

Que actúan sobre un objeto



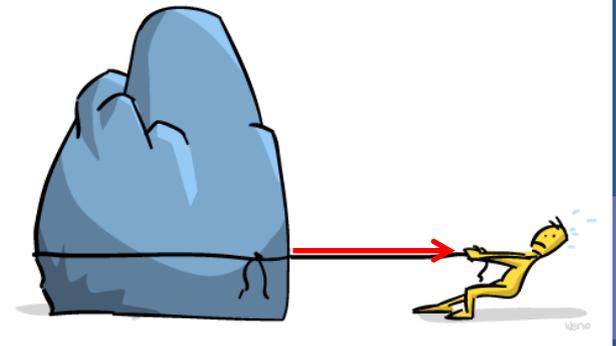
Masa Del objeto



La aplicación de una fuerza sobre un cuerpo **puede:**

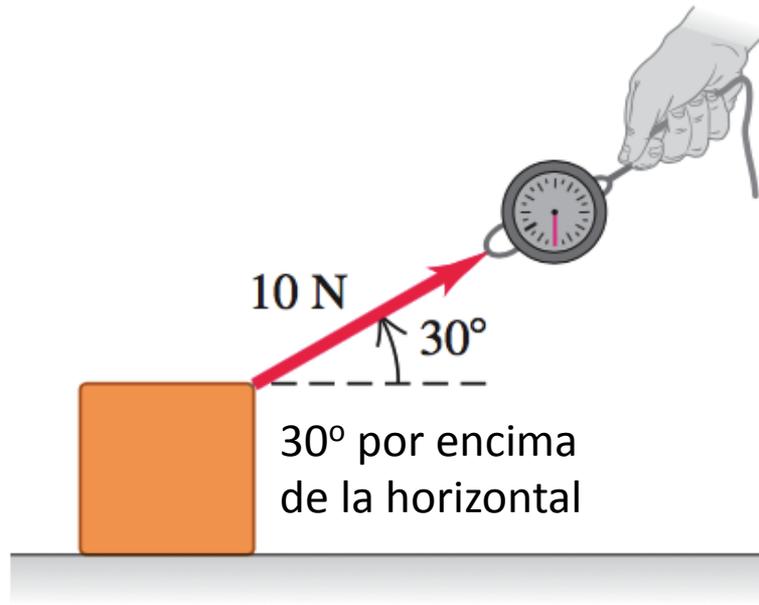
- *Cambiar el estado de movimiento (su velocidad).*
- *Cambiar de dirección (variar el movimiento).*
- *Cambiar su forma (deformación del cuerpo).*

una sola fuerza no necesariamente produce un cambio.

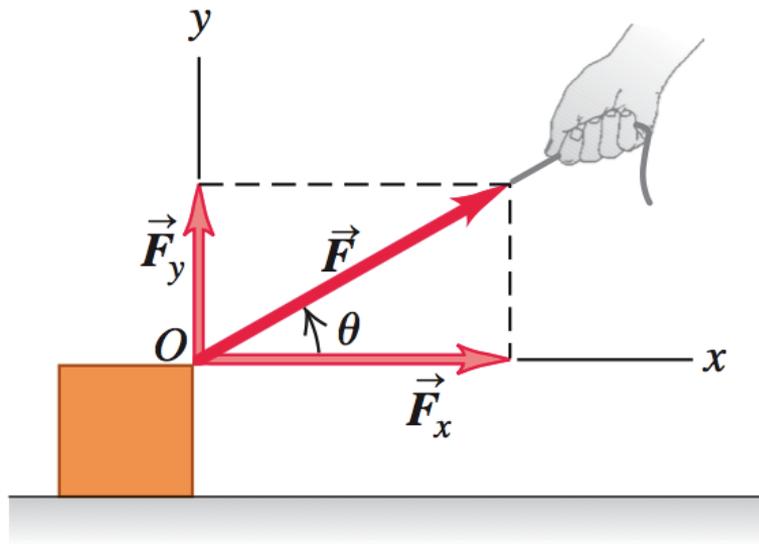


Fuerza

- ✓ Fuerza es una magnitud que **puede** cambiar el estado de movimiento de un objeto.
- ✓ Es una magnitud vectorial. Se aplican las operaciones de vectores.
- ✓ La unidad en el SI, es el Newton: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$.
- ✓ Una forma de medir fuerzas es con una balanza de resorte.



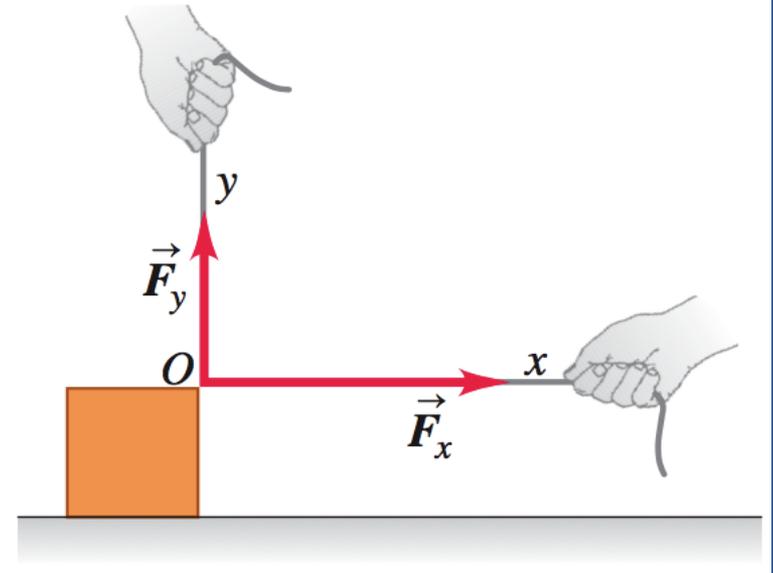
Fuerza



Las componentes de la fuerza son:

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \operatorname{sen} \theta$$



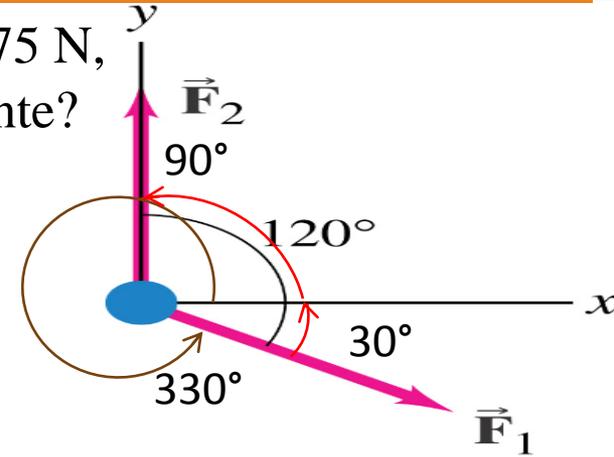
Los vectores componentes \vec{F}_x y \vec{F}_y tienen juntos el mismo efecto que la fuerza original \vec{F} .

Método analítico

- a) **Graficar** los vectores en Sistema de Coordenadas
- b) **Descomponer** los vectores sobre los ejes x e y .
- c) **Sumar** en forma algebraica las componentes x .
Obteniendo un único vector en x .
- d) **Sumar** en forma algebraica las componentes y .
Obteniendo un único vector en y .
- e) **Obtener** el módulo del vector \mathbf{R} a partir de las componentes, mediante el Teorema de Pitágoras.
- f) **Encontrar** el ángulo θ que forma el vector \mathbf{R} con el eje x .

Fuerza: Suma de Vectores

Ejemplo. Sean dos vectores de módulos $F_1 = 100 \text{ N}$ y $F_2 = 75 \text{ N}$, ubicados como se muestran en la figura. ¿Cuál es la resultante?



a) **Descomponer** los vectores sobre los ejes x e y

$$F_1 \begin{cases} F_{1x} = F_1 \cos (330) \\ F_{1y} = F_1 \operatorname{sen} (330) \end{cases} \quad F_2 \begin{cases} F_{2x} = F_2 \cos (90) \\ F_{2y} = F_2 \operatorname{sen} (90) \end{cases}$$

b) **Sumar en forma algebraica** las componentes x. Obteniendo un único vector en x.

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos (330) + F_2 \cos (90) = 86,6 \text{ N} + 0 \text{ N} = 86.6 \text{ N}$$

c) **Sumar en forma algebraica** las componentes y. Obteniendo un único vector en y.

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \operatorname{sen}(330) + F_2 \operatorname{sen} (90) = -50 \text{ N} + 75 \text{ N} = 25 \text{ N}$$

Fuerza: Suma de Vectores

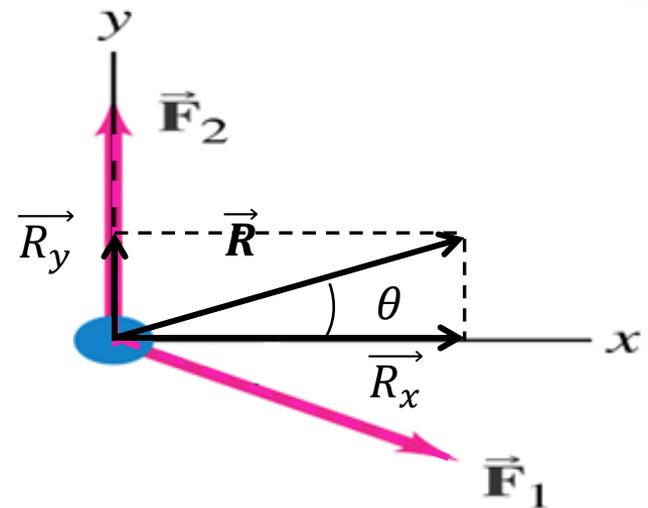
d) **Obtener** el módulo del vector **R** a partir de las componentes, mediante el Teorema de Pitágoras

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(86.6N)^2 + (25N)^2} = 90.13N$$

e) **Encontrar** el ángulo θ que forma el vector **R** con el eje x.

$$\theta = \arctg\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \arctg\left(\frac{25N}{86.6N}\right) = 16^\circ$$

Suma gráfica de vectores.



Leyes de Newton del movimiento



Las tres **Leyes de Newton** de movimiento permiten predecir el movimiento de un objeto a partir de las fuerzas que actúan sobre el mismo.

La primera ley (Ley de Inercia):

Todo cuerpo continúa en su estado de **reposo** o de **velocidad uniforme** a lo largo de una línea recta a menos que sobre él actúe una **fuerza neta** diferente de **cero**.



Si se mueve con velocidad constante, o si esta en reposo



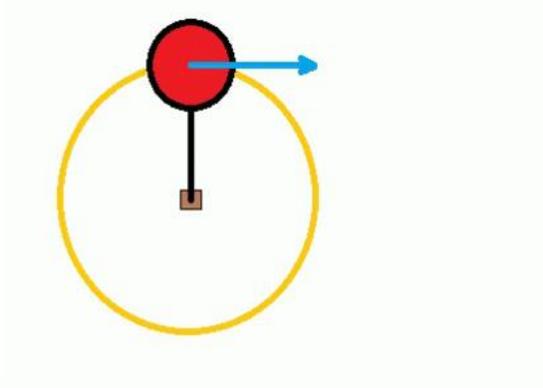
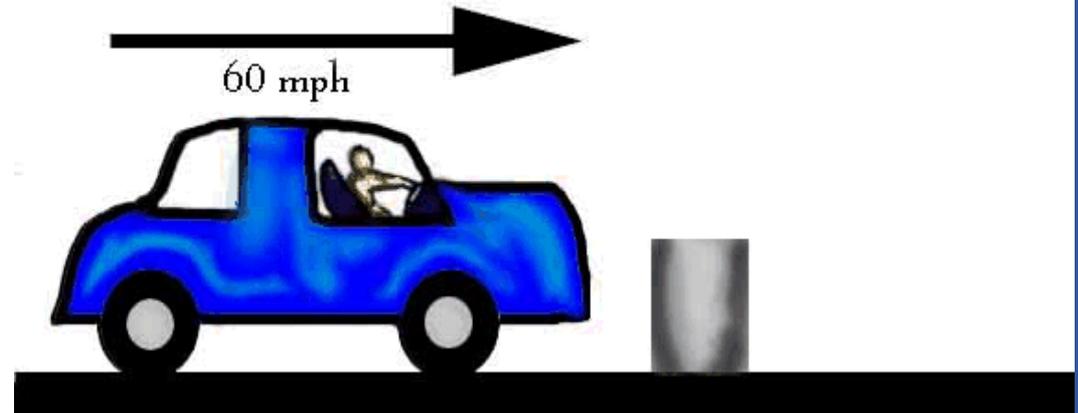
$$\Delta \vec{v} = 0 \text{ o } \vec{v} = \textit{constante}$$

Es decir, si la **fuerza neta** que actúa sobre un objeto es **cero**, su **aceleración** será **cero**.



Primera Ley Newton: Ley de Inercia

*La tendencia de un cuerpo a mantener su estado de movimiento se llama **Inercia**.*



Hay que tener presente que cuando se dice **resistir** a que sea **modificado su estado de movimiento**, significa resistirse a que sea modificada su velocidad lo cual implica, ya que la velocidad es un vector, a que sea modificada el **módulo y dirección** de la misma.

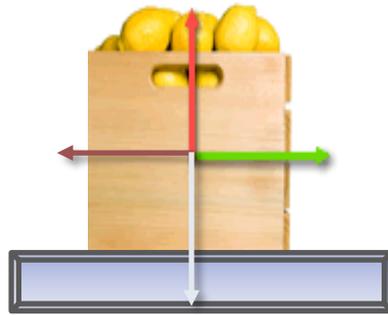
Concepto de masa:

- ✓ Masa de un cuerpo es la cantidad de materia que lo compone.
- ✓ Es una medida de la “**inercia**” de un cuerpo.
 - ✦ A mayor masa, la fuerza necesaria para cambiar su estado de movimiento será mayor.
- ✓ La masa de un cuerpo es una constante universal.
- ✓ Unidad de masa en el SI: kg.

Primera condición de Equilibrio

Un objeto está en equilibrio si la suma vectorial de **TODAS** las fuerzas aplicadas es nula.

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

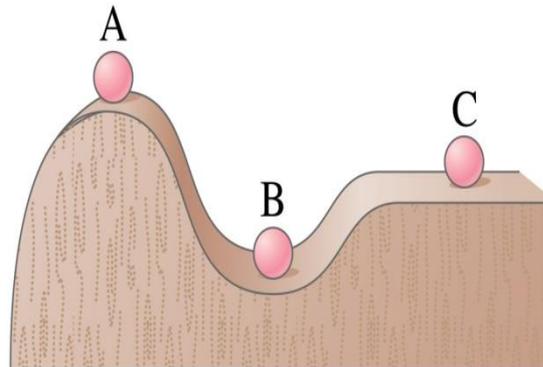


$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

Tipos de Equilibrio

- **A:** Inestable
- **B:** Estable
- **C:** Indistinto



Leyes de Newton del movimiento

¿Qué pasa si la fuerza neta sobre un objeto es distinta de cero?

Un cambio de movimiento, o **aceleración** (es decir, un cambio en la magnitud de la velocidad o en su dirección o de ambas) es evidencia de una **fuerza neta**.

Segunda ley de Newton

La **aceleración** de un objeto es directamente proporcional a la **fuerza neta** que actúa sobre él, e inversamente proporcional a su **masa**. La dirección y sentido de la aceleración corresponden con las de la fuerza neta.

$$\vec{F}_{neta} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{neta}}{m}$$

donde m es la masa del objeto.

Unidad SI de fuerza: newton (N) o $(\text{kg} \cdot \text{m/s}^2)$



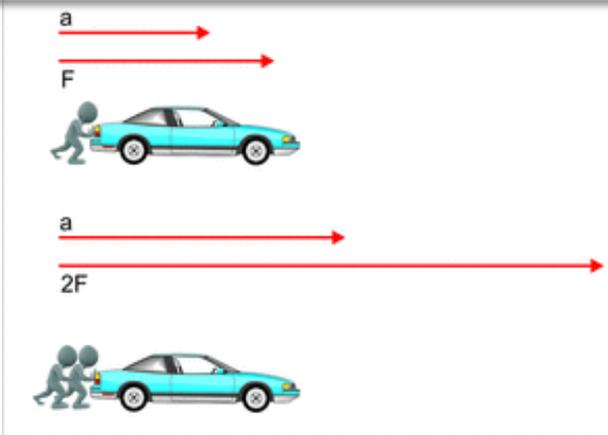
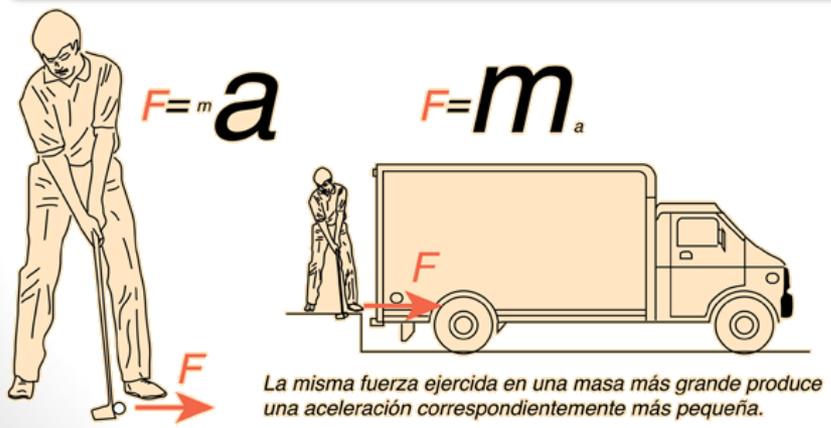
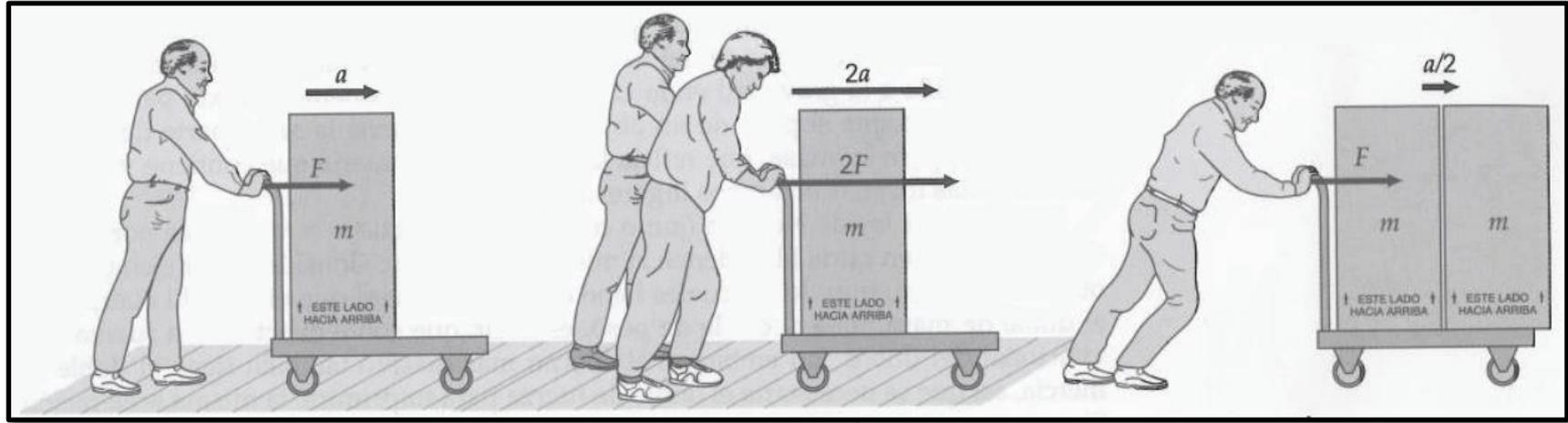
Atención!!!!

$$\vec{F}_{neta} = \sum \vec{F}_i$$

Segunda Ley de Newton

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}$$



Fuerza Peso

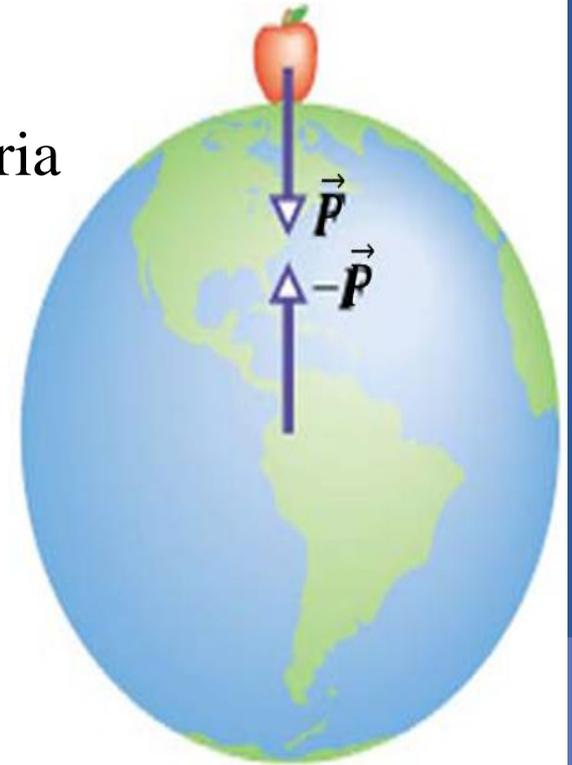
Asociada con la **aceleración gravitatoria**, se encuentra la fuerza peso de un objeto:

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad \rightarrow \quad \vec{g} \text{ es el valor de la aceleración de la gravedad.}$$

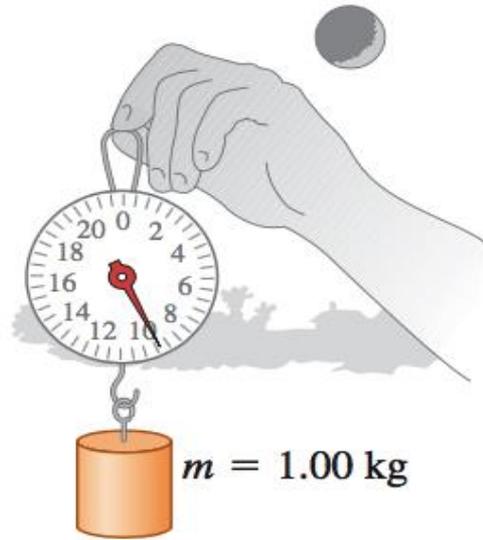
$$|\vec{g}| = 9,8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2.$$

m es la masa.

- Es la fuerza debido a la atracción gravitatoria sobre un objeto.
- El valor del peso depende del lugar donde se lo mida. ¡No es el mismo peso de un objeto medido en los Polos que en el Ecuador!

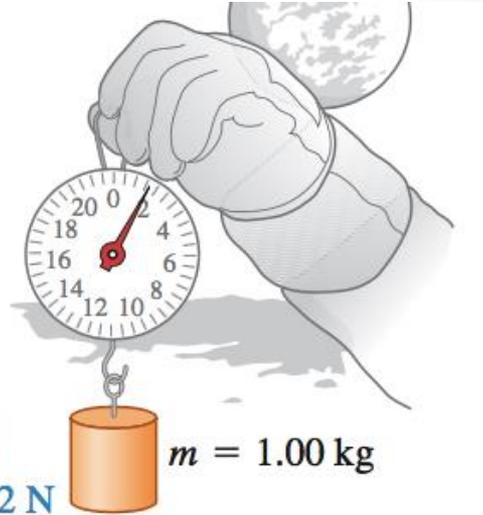


Fuerza Peso

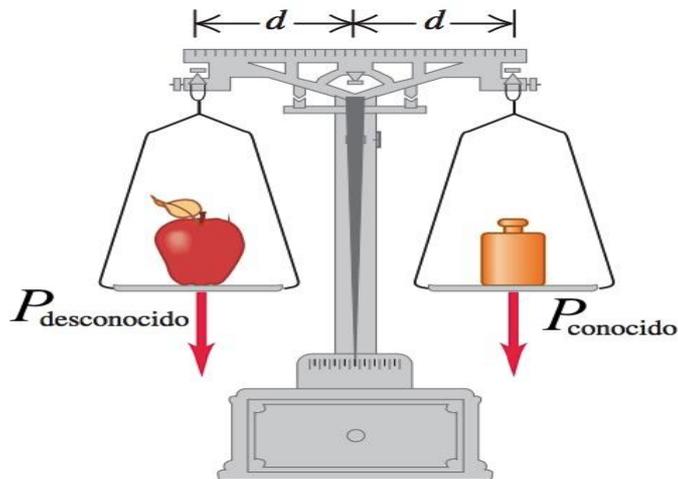


En la Tierra:
 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$
 $w = mg = 9.80 \text{ N}$

¿Cuál sería el peso del cuerpo en la luna?



En la Luna:
 $g = 1.62 \text{ m/s}^2$
 $w = mg = 1.62 \text{ N}$



Fuerzas

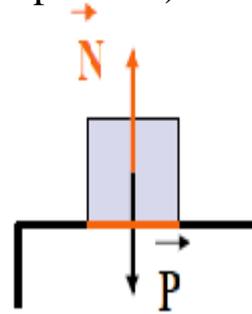
Ejemplos de Fuerzas

1. Fuerza fundamentales:

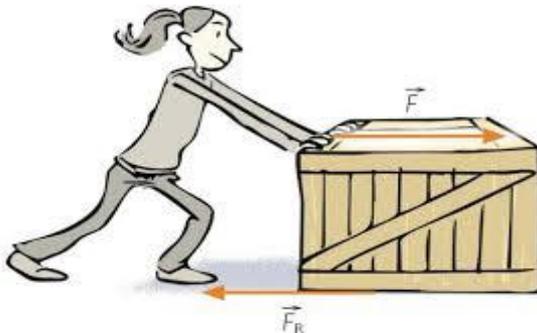
- Gravitacional
- Eléctrica
- Magnética
- Nuclear fuerte
- Nuclear débil

2. Fuerza Normal:

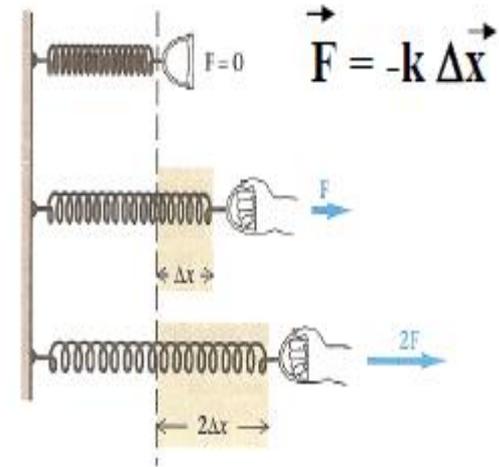
fuerza ejercida por una superficial sobre un cuerpo 'apoyado' sobre ella, (perpendicular a la superficie).



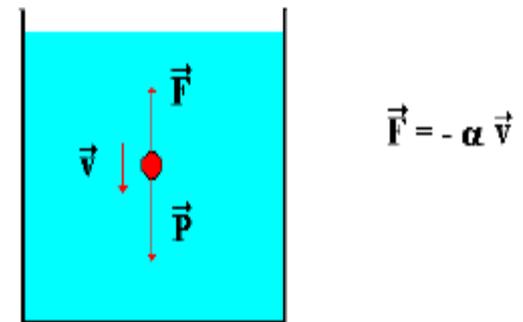
3. Fuerzas de rozamiento



4. Fuerzas elásticas (Ley de Hooke)



5. Fuerzas de resistencia en un fluido



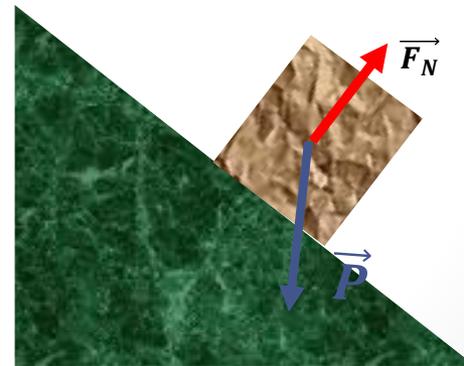
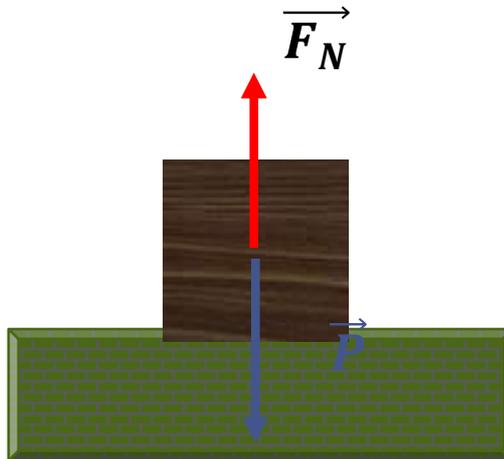
Fuerza Normal

- La fuerza peso actúa siempre sobre los objetos, sin embargo hay ocasiones que los objetos están en reposo.
- Según la primera condición de equilibrio ha de existir otra fuerza que equilibre al peso.



Características de la Fuerza Normal.

- Fuerza **de contacto**, que ocurre cuando dos objetos están en contacto.
- Actúa **perpendicularmente** a la superficie de contacto.



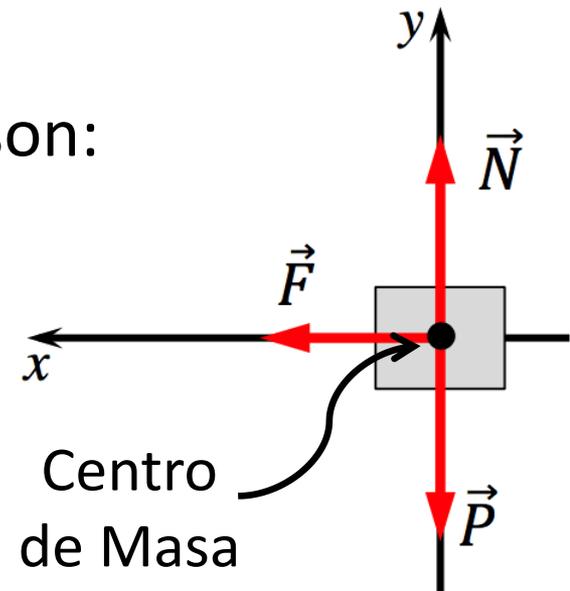
Digrama de cuerpo libre

Supongamos un trineo ideal, tirado por renos!



Las fuerzas que actúan sobre el trineo son:

- ✓ Peso
- ✓ La Fuerza Normal
- ✓ La Fuerza de los Renos



Fuerza Normal

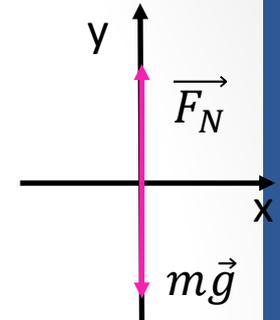
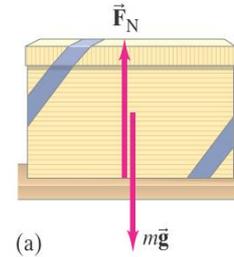
Ejemplo

Determinar la fuerza normal en cada uno de los casos mostrados, sabiendo que la caja pesa 100 N.

a) La caja descansa sobre una mesa.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \sum F_y = F_N - mg = 0$$

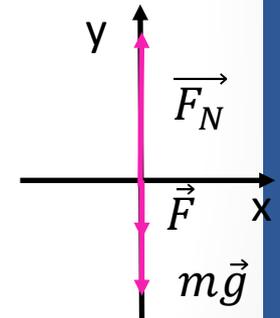
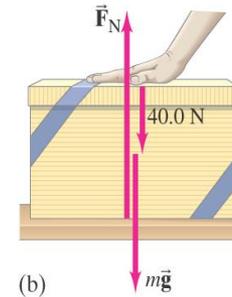
$$F_N = mg = 100\text{N}$$



b) Se empuja a la caja hacia abajo mediante una fuerza de 40 N.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \sum F_y = F_N - F - mg = 0$$

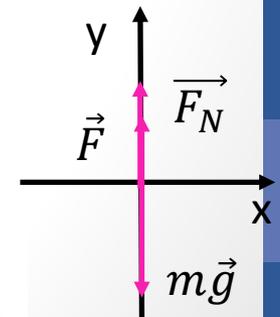
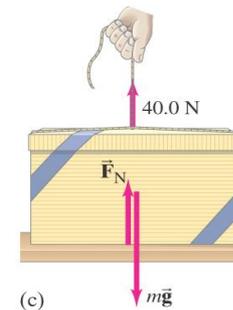
$$F_N = mg + F = 100\text{N} + 40\text{N} = 140\text{N}$$



c) Se tira a la caja hacia arriba mediante una fuerza de 40 N.

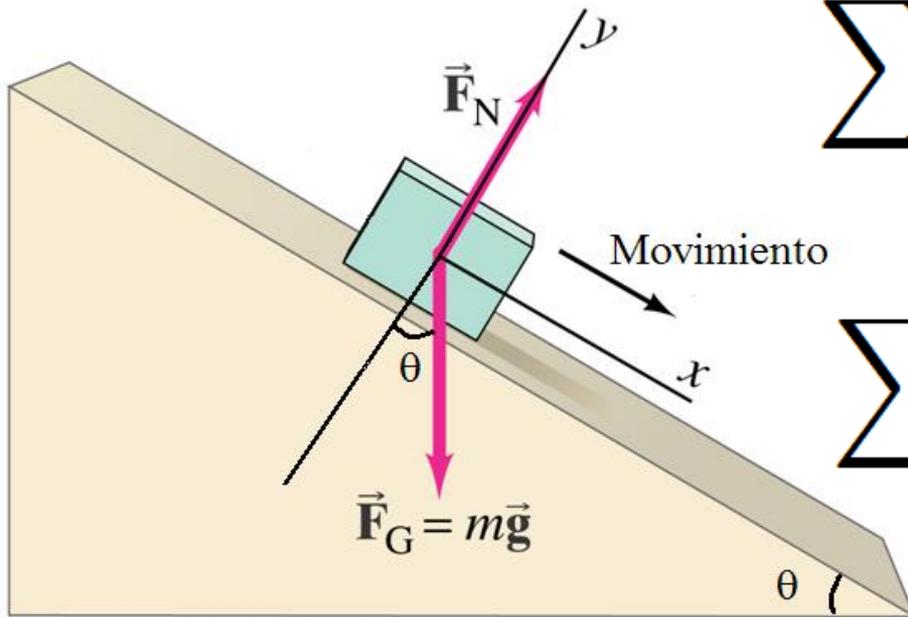
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \sum F_y = F_N + F - mg = 0$$

$$F_N = mg - F = 100\text{N} - 40\text{N} = 60\text{N}$$



Fuerza Normal

Ejemplo: ¿Cuál es la aceleración con la que cae el bloque de masa m , que está sobre un plano inclinado liso que forma un ángulo θ con la horizontal?



$$\sum F_x = mg \operatorname{sen} \theta = ma_x$$

$$a_x = g \operatorname{sen} \theta$$

$$\sum F_y = F_N - mg \cos \theta = 0$$

$$F_N = mg \cos \theta$$

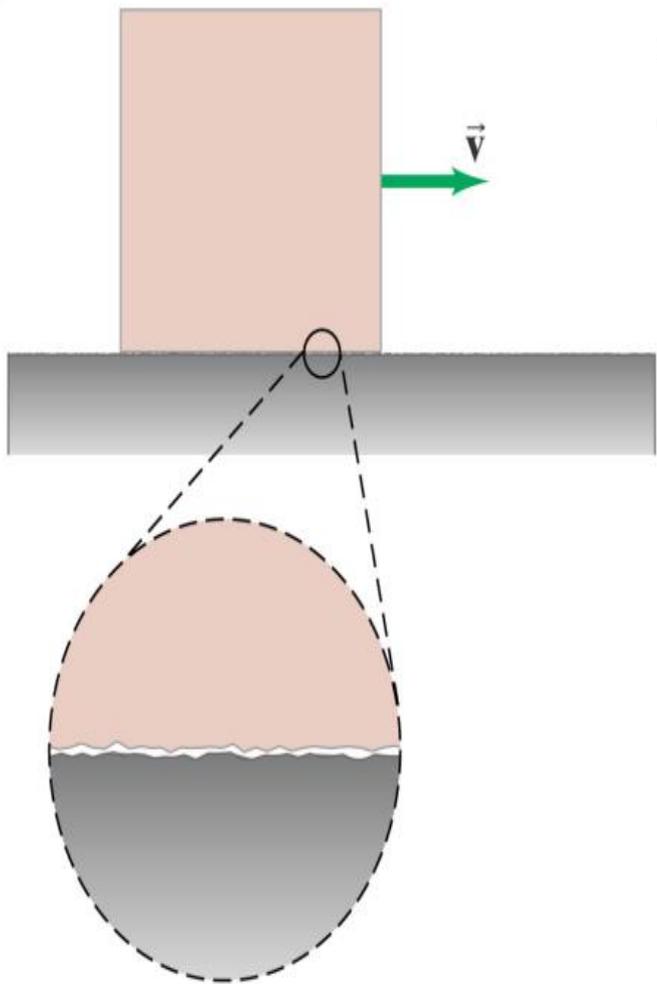
Condiciones límites:

$$\text{Si } \theta \rightarrow 0^\circ \Rightarrow a_x \rightarrow 0 \quad \mathbf{F}_N \rightarrow mg$$

$$\text{Si } \theta \rightarrow 90^\circ \Rightarrow a_x \rightarrow g \quad \mathbf{F}_N \rightarrow 0$$

Fuerza de rozamiento

A escala microscópica todas las superficies son **rugosas**. Los detalles exactos no se conocen aún, sin embargo la fuerza se puede modelar de manera sencilla.



Para un objeto que se **desliza**, el módulo de la fuerza de rozamiento es:

$$f_r = \mu_c f_N$$

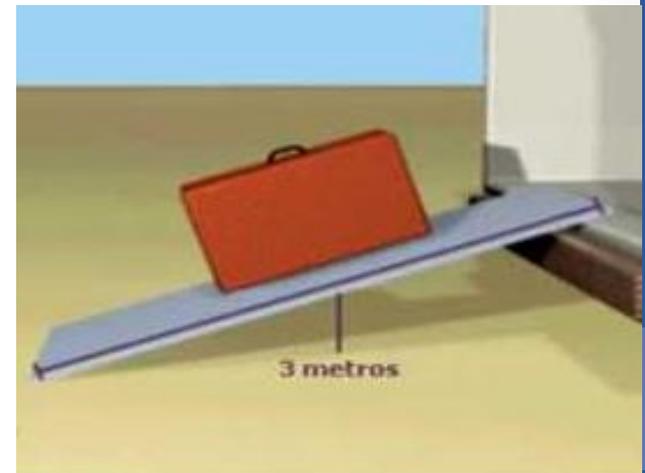
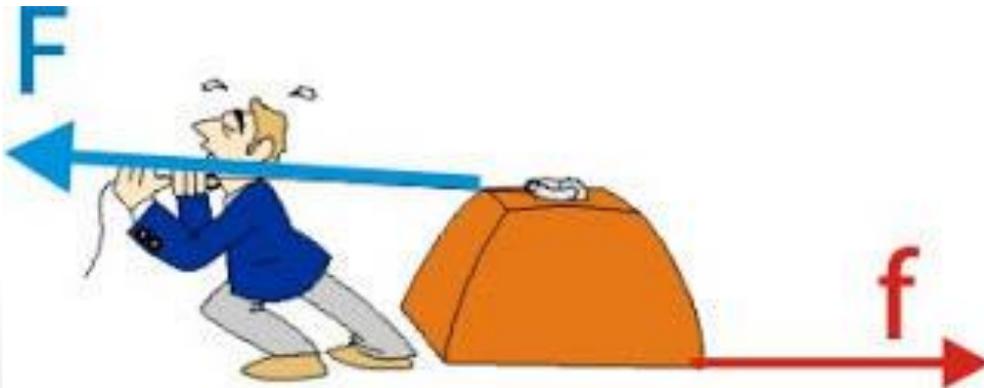
μ_c es el coeficiente cinético de fricción, y depende de la naturaleza de las superficies de contacto.

Fuerza de rozamiento

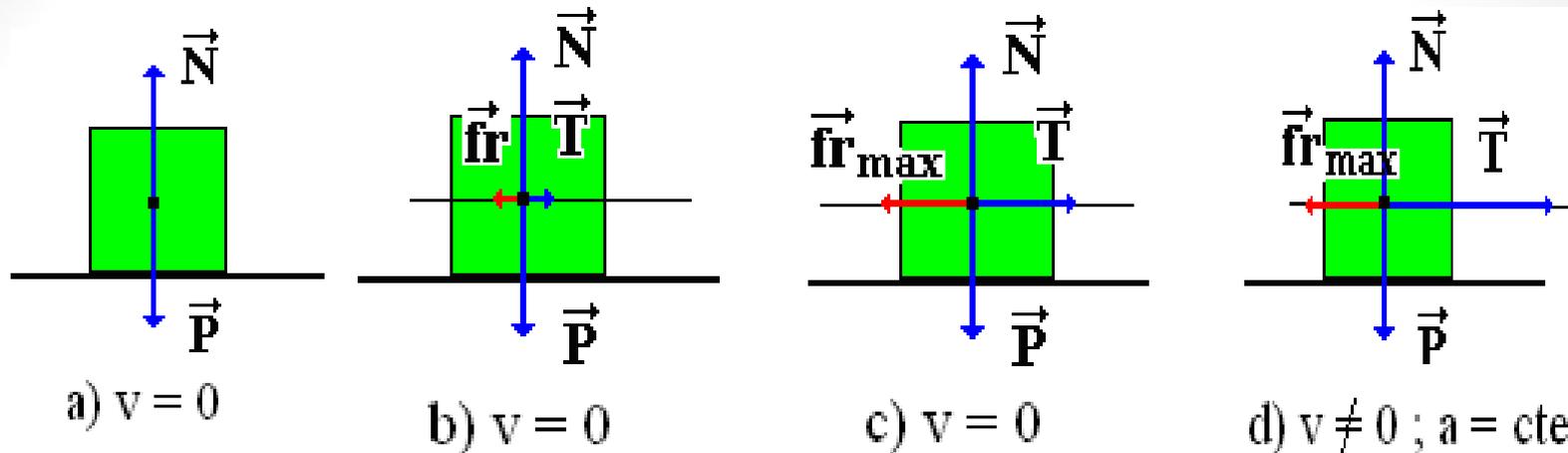
La **fricción estática** es la fuerza de rozamiento entre dos superficies, las cuales **no se mueven** una respecto de la otra.

La fricción estática permite mantener objetos **quietos** sobre una superficie horizontal al cual se le aplica una fuerza o sobre una superficie inclinada.

$$f_{re} \leq \mu_e f_N$$



Fuerza de rozamiento

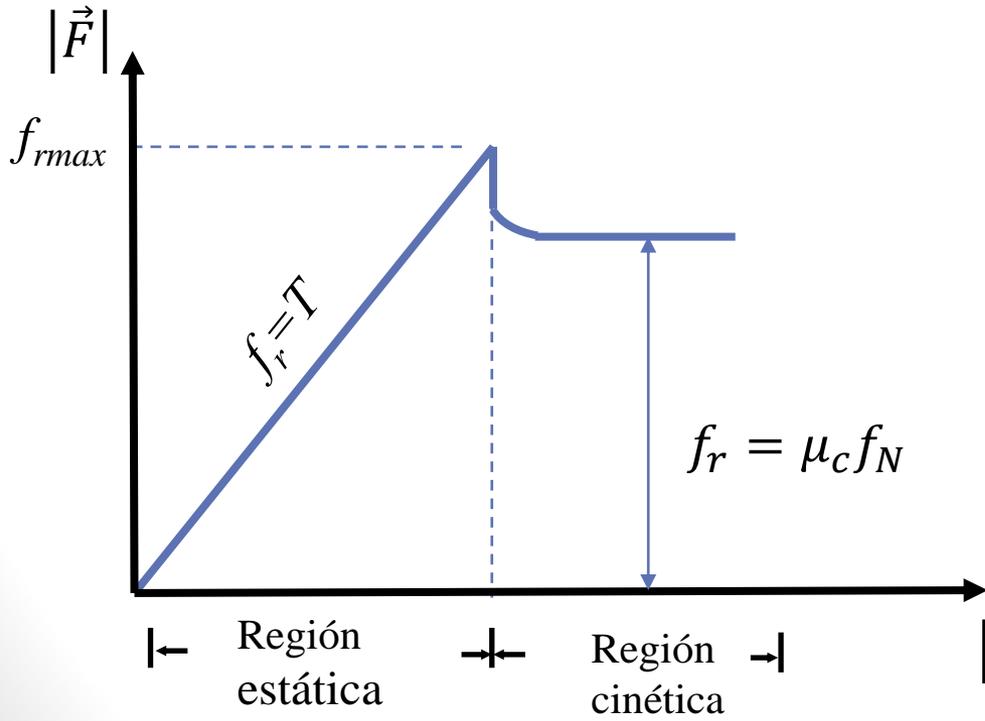


$$\vec{F}_T = \vec{T} - \vec{f}_{r_{\max}} = m\vec{a}$$

A medida que **aumenta** la fuerza aplicada, aumenta la fuerza de fricción estática, hasta que alcanza su valor máximo

$$(f_{r_{\max}} = \mu_e f_N).$$

Luego, el objeto comienza a moverse, y la fuerza de fricción cinética es la que actúa.



Note que $\mu_e > \mu_c$



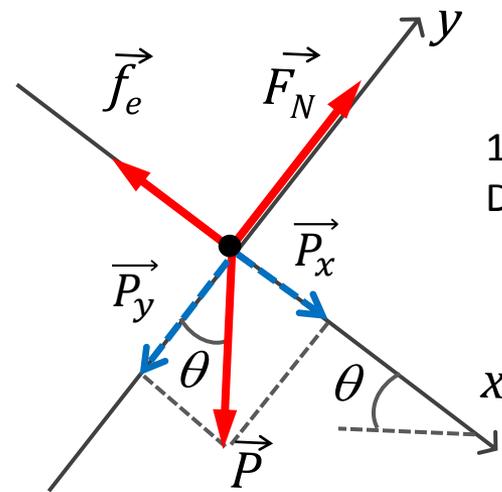
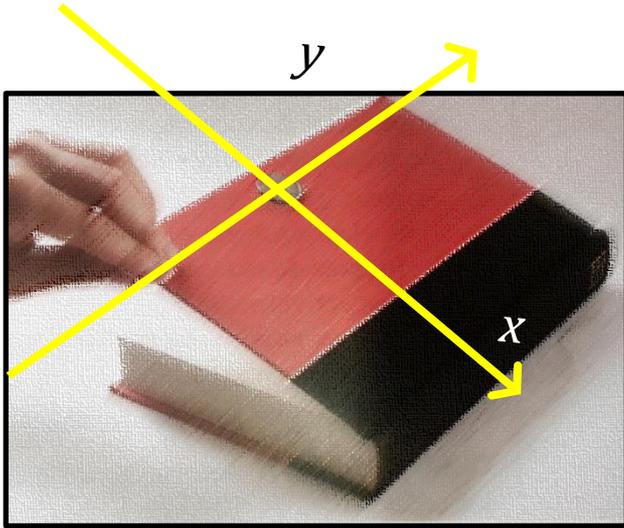
Tabla de coeficientes de Fricción

Superficies	Coefficiente estático, μ_e	Coefficiente cinético, μ_c
Madera-Madera	0,4	0,2
Hielo-Hielo	0,1	0,03
Metal-Metal (lubricado)	0,15	0,07
Metal-Metal (sin lubricar)	0,7	0,6
Caucho-Concreto seco	1,0	0,8
Caucho-concreto mojado	0,7	0,5
Caucho-otras superficies	1-4	1
Rulemán de bolitas	<0,01	<0,01
Teflón®-Teflón®	0,04	0,04

Fuerza de rozamiento

Ejemplo: Moneda que resbala

Sobre la cubierta de un libro hay una moneda. Poco a poco se levante la tapa hasta que la moneda comienza a deslizarse. El ángulo θ_{\max} (ángulo de reposo) es el ángulo que forma la tapa con la horizontal en el momento que empieza a moverse la moneda. Determinar μ_e en función de θ_{\max} .



1° condición
De Equilibrio

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right.$$

$$P_x = P \operatorname{sen} \theta$$

$$P_y = P \operatorname{cos} \theta$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \sum F_x = -f_e + P \operatorname{sen} \theta = 0$$

$$P \operatorname{sen} \theta = f_e = \mu_e F_N$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \sum F_y = F_N - P \operatorname{cos} \theta = 0$$

$$F_N = P \operatorname{cos} \theta$$

$$P \operatorname{sen} \theta = \mu_e P \operatorname{cos} \theta$$

$$\frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{cos} \theta} = \mu_e$$

$$\mu_e = \operatorname{tg} \theta_{\max}$$

Tercera ley de Newton: Principio de Acción y Reacción

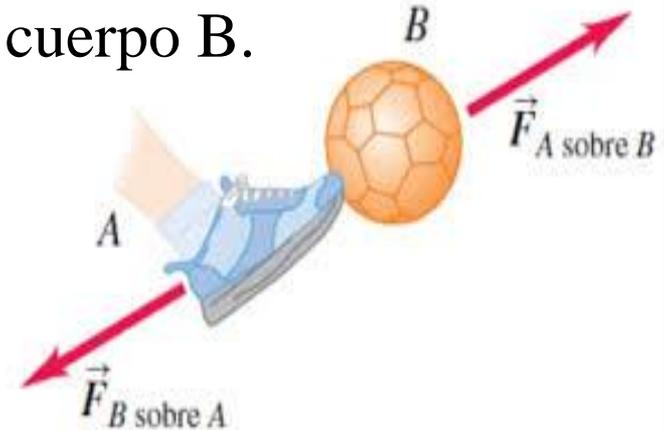
Para cada **fuerza (acción)**, hay una **fuerza igual y opuesta (reacción)**.

“Si el cuerpo A ejerce una fuerza sobre el cuerpo B (una “acción”), entonces, B ejerce una fuerza sobre A (una “reacción”). Estas dos fuerzas tienen la misma magnitud y dirección pero sentido opuesto, y actúan sobre cuerpos diferentes.”

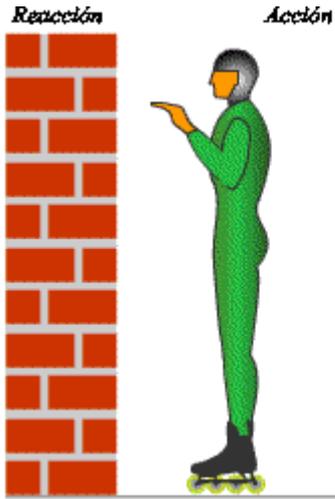
$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

Fuerza ejercida
por el cuerpo B
sobre el cuerpo
A.

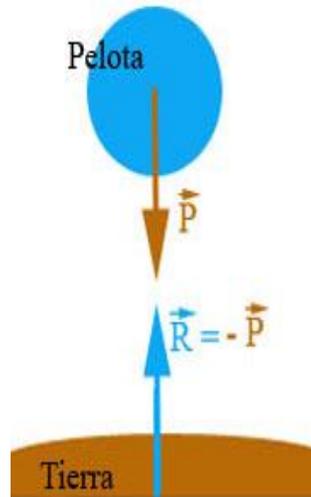
es la fuerza igual
y opuesta ejercida
por el cuerpo A
sobre el cuerpo B.



Tercera ley de Newton: Principio de Acción y Reacción



La **Acción** y la **Reacción** están siempre aplicadas sobre cuerpos distintos.

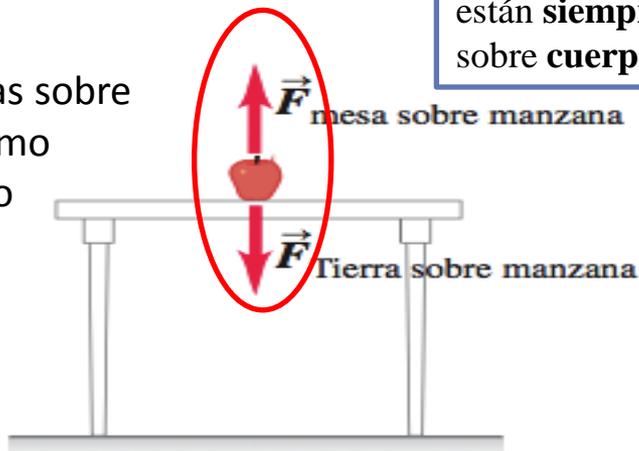


Tercera ley de Newton: Principio de Acción y Reacción

a) Las fuerzas que actúan sobre la manzana

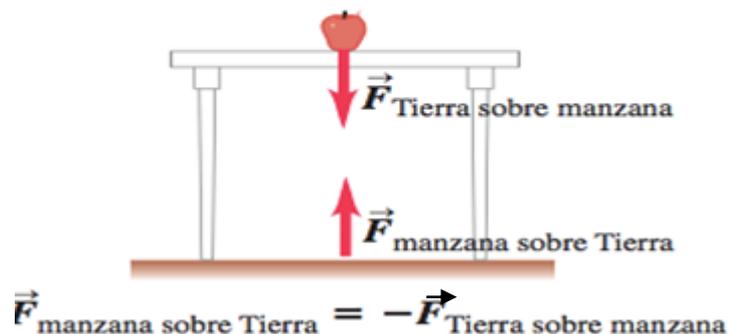


Fuerzas sobre el mismo cuerpo



La **Acción** y la **Reacción** están **siempre** aplicadas sobre **cuerpos distintos**.

b) El par acción-reacción para la interacción entre la manzana y la Tierra



c) El par acción-reacción para la interacción entre la manzana y la mesa



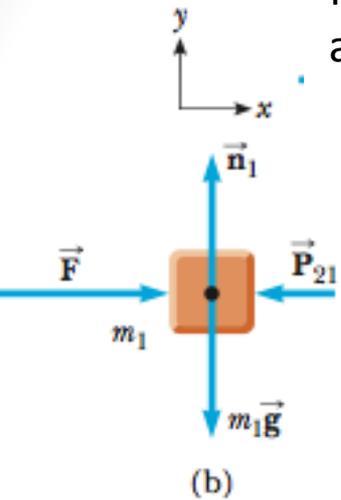
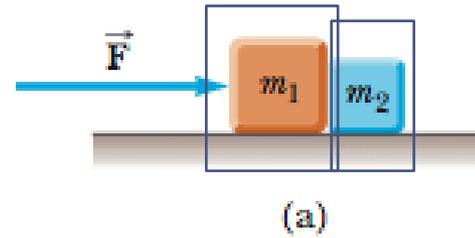
d) Eliminamos una de las fuerzas que actúan sobre la manzana



Las dos fuerzas sobre la manzana **no pueden** ser un par acción-reacción porque actúan sobre el mismo objeto. Vemos que si eliminamos uno, el otro permanece.

Leyes de Newton del movimiento

Ejemplo: Dos bloques de masas m_1 y m_2 , donde $m_1 > m_2$, están en contacto sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Sobre la m_1 se le aplica una fuerza horizontal constante como se muestra en la figura. ¿Cuál es la aceleración de los bloques?



Cuerpo 1

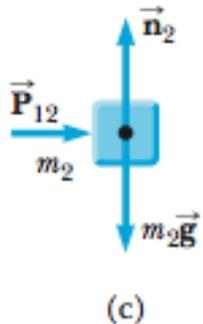
$$\sum F_{1y} = n_1 - m_1g = 0$$

$$\sum F_{1x} = F - P_{21} = m_1a$$

Cuerpo 2

$$\sum F_{2y} = n_2 - m_2g = 0$$

$$\sum F_{2x} = P_{12} = m_2a$$



$$\Rightarrow F - P_{21} = m_1a$$

siendo

$$P_{12} = P_{21}$$

$$\Rightarrow F - m_2a = m_1a$$

$$F = m_1a + m_2a$$

$$\Rightarrow P_{12} = m_2a$$

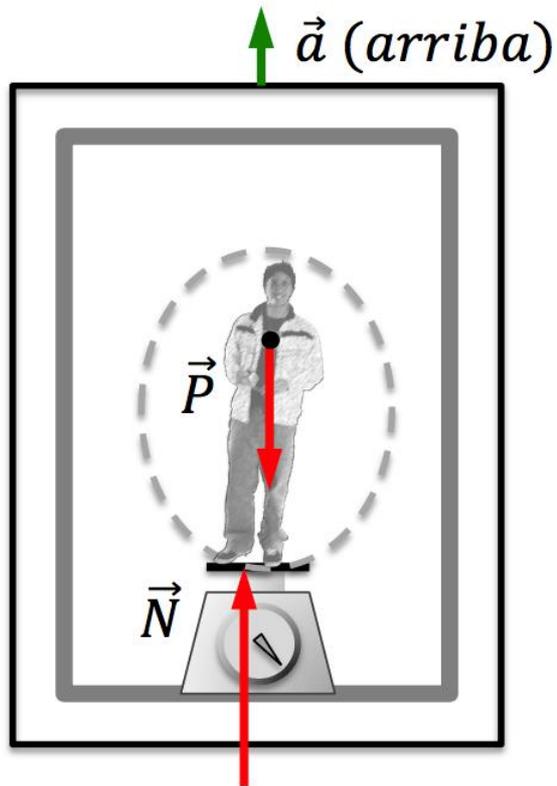
$$F = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

Leyes de Newton del movimiento

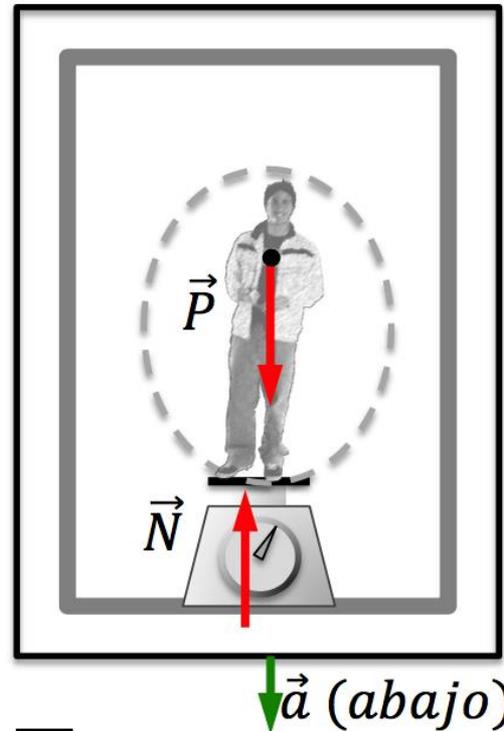
Su Peso en un Ascensor.

Lo que conocemos como “peso” es la lectura de la balanza, que es el módulo de la fuerza Normal ejercida por la Balanza sobre Usted.



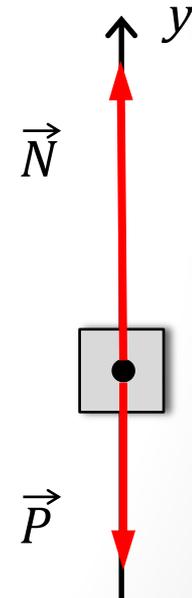
$$\sum F_y = N - P = ma$$

$$N = P + ma$$



$$\sum F_y = N - P = -ma$$

$$N = P - ma$$



Resumen

- ✓ **Primera ley de Newton:** Si la fuerza neta sobre un objeto es cero, permanecerá en reposo o con MRU. (Primer Condición de Equilibrio)

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

- ✓ **Segunda ley de Newton:** $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$.

- ✓ **Tercera ley de Newton:** $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

- ✓ El peso es la fuerza debida a la atracción gravitatoria sobre un objeto.

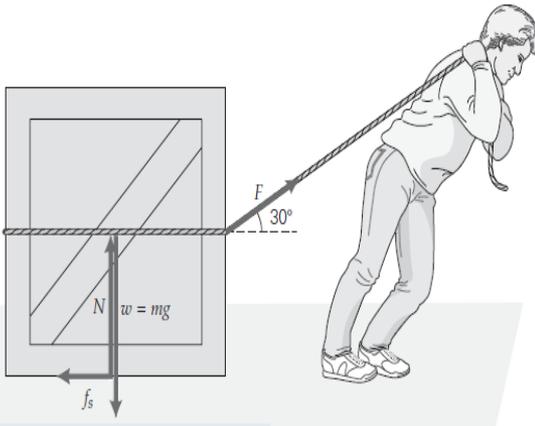
- ✓ La fuerza de rozamiento se puede escribir como:

$$f_r = \mu_c f_N \text{ (fricción cinética) } \text{ ó } f_r \leq \mu_e f_N \text{ (fricción estática).}$$



Leyes de Newton del movimiento

Ejemplo



Datos: masa= 40.0kg.

$$\mu_e = 0.650$$

$$\mu_c = 0.500$$

$$\theta = 30^\circ$$



Un trabajador que tira de una caja aplica una fuerza con un ángulo de 30° respecto a la horizontal, Si el coeficiente de fricción estática entre la caja de 40.0 kg y el piso es de 0.650. a) con que fuerza horizontal mínima debe tirar el trabajador para poner la caja en movimiento? b) Si el trabajador mantiene esa fuerza una vez que la caja empiece a moverse, y el coeficiente de fricción cinética entre las superficies es de 0.500, .que magnitud tendrá la aceleración de la caja?

Este problema requiere la aplicación de las **fuerzas de fricción**.



En a), es preciso calcular la fuerza máxima de fricción estática.



a) F (fuerza mínima necesaria para mover la caja).

b) a (aceleración)

En b), si el trabajador mantiene una fuerza aplicada de esa magnitud una vez que la caja este en movimiento, habrá una aceleración, ya que $F_{rc} < F_{rmax}$.



Leyes de Newton del movimiento

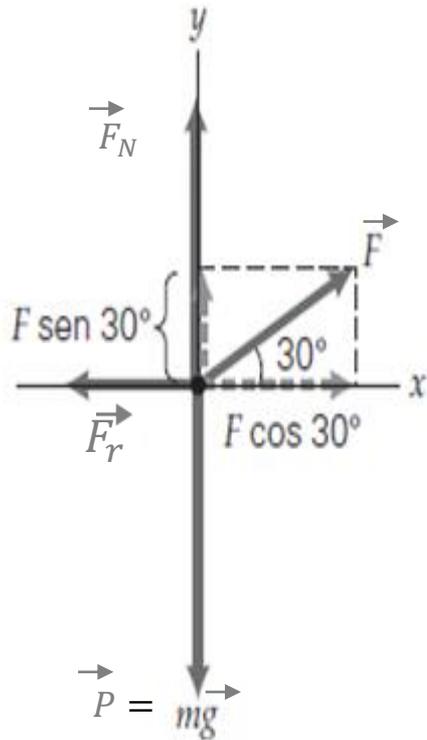


Diagrama de cuerpo libre

Análisis y resolución

La caja se empezará a mover cuando el *componente horizontal* de la fuerza aplicada, $F \cos 30^\circ$ exceda ligeramente la fuerza máxima de fricción estática.

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum F_x = F \cos 30^\circ - F_{rmax} = 0$$

$$F_{rmax} = F \cos 30^\circ \quad ? \quad (1)$$

$$F_{rmax} = \mu_e F_N \quad (2)$$

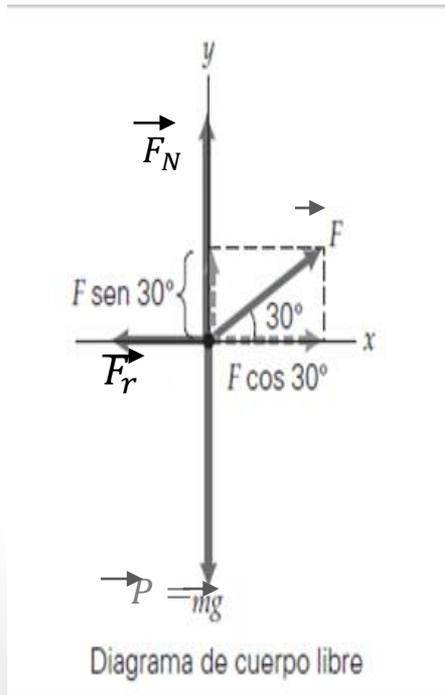
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum F_y = F \sin 30^\circ + F_N - P = 0$$

$$F_N = P - F \sin 30^\circ$$

$$\text{De (1) y (2)} \quad \Rightarrow \quad F \cos 30^\circ = \mu_e (P - F \sin 30^\circ)$$

$$F = \frac{\mu_e P}{\cos 30^\circ + \mu_e \sin 30^\circ} = \frac{0.650 * 40 \text{ kg} * 9.8 \text{ m/s}^2}{0.866 + 0.650 * 0.5} = 214 \text{ N}$$

- Ahora la caja está en movimiento, y el trabajador mantiene una fuerza aplicada constante $F=214N$
- La fuerza de fricción cinética F_r actúa sobre la caja; pero esta fuerza es menor que la fuerza aplicada F , porque $\mu_c < \mu_e$.
- Por lo tanto, hay una **fuerza neta** sobre la caja, y podemos obtener la aceleración de la caja utilizando la **segunda ley de Newton en la dirección x**:



$$\sum F_x = ma \quad \longrightarrow \quad \sum F_x = F \cos 30^\circ - F_r = ma$$

$$a = \frac{F \cos 30^\circ - \mu_c F_N}{m}$$

siendo $F_N = P - F \sin 30^\circ = 40 \text{ kg} * \frac{9.8 \text{ m}}{\text{s}^2} - 214 \text{ N} * (0.5) = 285 \text{ N}$

$$a = \frac{214 \text{ N} * (0.866) - 0.500 * 285 \text{ N}}{40 \text{ kg}} = 1.07 \text{ m/s}^2$$